

LÓGICA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO: DUALIDADES EM JOGO

Raimundo de Souza Martins Neto: Mestre **Faculdades Drummond**

Celina Aparecida Almeida Pereira Abar: Doutora **PUCSP**

Considerando o fato de que “conhecimento matemático está associado com problema da validação do conteúdo aprendido” (Pais, 2001, p.37), incluindo subjetividade e valorização do raciocínio lógico e argumentativo, estudamos os raciocínios lógicos, em relação à origem, desenvolvimento e uso, à luz dos teóricos Piaget e Vigotsky, seus níveis de desenvolvimento e como mediação. Nosso objetivo é estabelecer em que medida é possível alunos do ensino médio desenvolver domínio e habilidade na utilização de regras da lógica clássica através de atividades que mobilizem raciocínios utilizando-se dos conectivos lógicos: negação, conjunção, disjunção, implicação, bicondicional e quantificadores. A Engenharia Didática foi utilizada como metodologia, caracterizada como um esquema experimental com base em 'realizações didáticas' em sala de aula, ou seja, envolve concepção, realização, observação e análise de sequências de ensino. Os resultados foram satisfatórios, numa descrição da estratégia utilizada, um aluno escreve, *"comecei as certezas definitivas, tais como a primeira frase. Então eu continuei a eliminar as possibilidades, até que cheguei a vários mundos possíveis. Finalmente, eu escolhi um que eu pensei que era a mais adequada"*. Sugerindo ações de pessoas “de nível III A”, pois ele se “organiza de acordo com um conjunto de combinações possíveis” (Piaget & Inhelder, 1976, p.42), colocando o possível lógico a frente do real. Concluímos que as atividades ofereceram situações em que foi possível para alunos do ensino médio desenvolver determinadas concepções e habilidades relativas à utilização das regras da lógica clássica.

Palavras-chave: Lógica, epistemologia, educação matemática, conectivos lógicos

Pais, Luiz C. (2001). **Didática da Matemática: Uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica (Tendências em educação matemática).

PIAGET, Jean; INHELDER, Bärbel. **Da lógica da criança à lógica do adolescente**. São Paulo: Livraria Pioneira, 1976.

LÓGICA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO: DUALIDADES EM JOGO

Raimundo de Souza Martins Neto

Celina Aparecida Almeida Pereira Abar

INTRODUÇÃO

Este trabalho estabelece como objeto de pesquisa a Lógica Clássica inserida no ensino de Matemática, Ensino Médio. Ao se falar em lógica e ensino de Matemática alguns debates são inevitáveis, como teoria e prática, mundo do aluno e mundo da matemática, universal e particular, linguagem matemática e linguagem materna, entre outros.

Objeto desta pesquisa tem relevância, a Secretaria de Educação Básica ressalta que “ao final do ensino médio, espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do cotidiano”, porém alerta para “que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações”. O que significa que devemos “colocar os alunos em um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático – nos aspectos de formular questões, [...] argumentar com fundamentação lógico-dedutiva”. (BRASIL, 2006, p.69)

As dualidades anteriormente citadas conduzem as próximas reflexões.

Concordamos com a proposta de Pais (2001, p.52), ao afirmar que o saber escolar deve ultrapassar uma dimensão empírica, focada em experimentos pontuais, porém não deve se perder no isolamento de uma suposta ciência pura.

A ideia mais comum de uma matemática pura seria estar livre dos obstáculos oferecidos pelos sentimentos e pelos sentidos, porém ficamos com uma proposta que apresenta o conhecimento como algo complexo, não simples.

O conhecimento não é um espelho das coisas ou do mundo externo. Todas as percepções são, ao mesmo tempo, traduções e reconstruções cerebrais com base em estímulos ou sinais captados e codificados pelos sentidos. [...] O conhecimento, sob forma de palavra, de idéias, de teoria, é o fruto de uma tradução/reconstrução por meio da linguagem e do pensamento e, por conseguinte, está sujeito ao erro. [...] A projeção de nossos desejos ou de nossos medos e as perturbações mentais trazidas por nossas emoções multiplicam os riscos de erro. (MORIN, 2002, p.20)

Acreditar que o conhecimento científico detecta e elimina os erros e ilusões gerados pelo sentido e sentimento parece ser consensual, porém “os paradigmas que controlam a ciência podem desenvolver ilusões, e nenhuma teoria científica está imune para sempre contra o erro”. (MORIN, 2002, p.21)

Pontuamos aqui a complexidade de todo o conhecimento que, na proposta de Morin, tem um “espírito cognoscente cujas possibilidades e limites são os do cérebro humano e cujo suporte lógico, lingüístico e informacional vem duma cultura, e, portanto, duma sociedade” (MORIN, 1997, p. 86), ou seja, o sujeito que quer conhecer e que sofre influências do corpo, que está inserido em uma cultura e em uma sociedade científica.

Pais (2001, p.36) diferencia saber e conhecimento. O saber se refere ao saber científico, fechado no contexto acadêmico e “estritamente definido pelos paradigmas da área” (ibidem), despersonalizado e com validação impessoal e objetiva.

O conhecimento, por sua vez, “refere-se mais à dimensão individual e subjetiva, revelando algum aspecto com o qual o sujeito tenha uma experiência direta” (ibid, p.36-37), destacando seu caráter experimental e pragmático, contrapondo-se ao teórico e racional.

De conformidade com o tipo da situação, torna-se mais apropriado falar da existência de um conhecimento ou de um saber. Por exemplo, quando trabalhamos com um quadro de institucionalização, trata-se de buscar uma aproximação do conhecimento com o nível do saber, ou seja, o desafio consiste em partir do conteúdo estabilizado no plano intelectual do sujeito e trabalhar para que essa dimensão particular alcance a generalidade prevista pelos paradigmas da área. Por outro lado, as situações didáticas que envolvem procedimentos práticos estão mais próximas do conhecimento do que do saber. (PAIS, 2001, p. 37)

No intuito de caracterizar as diferenças entre saber científico e saber escolar destacamos a linguagem e a validação. Primeiramente falaremos sobre as linguagens:

Podemos destacar a existência de uma diferença entre a linguagem empregada no texto científico e escolar. [...] Se, por um lado, o saber científico é registrado por uma linguagem codificada, o saber escolar não deve ser ensinado nessa forma, tal como se encontram redigidos nos textos e relatórios técnicos. [...] A formalização precipitada do saber escolar, por vezes, através de uma linguagem carregada de símbolos e códigos, se constitui em uma possível fonte de dificuldade para a aprendizagem. (PAIS, 2001, p.21)

Sobre a validação, Pais (2001, p.22), afirma que “enquanto o saber científico é validado pelos paradigmas da área, o saber escolar está sob o controle de um conjunto de regras que condiciona as relações entre professor, aluno e saber”, e que o professor deve agir tendo conhecimento do saber científico e uma concepção educacional, para evitar a dependência da validade educacional com os vínculos do contexto do saber científico.

As atividades propostas por nós visam o entendimento dos operadores lógicos *se A então B*, *se e somente se*, *e*, *ou* e os *quantificadores*, fornecendo subsídios para que o aluno do ensino médio possa compreender algumas “regras” utilizadas em Matemática, úteis em situações de “demonstração” e “verificação”, aliando uma valorização do raciocínio lógico argumentativo. Tendo como objetivo específico estabelecer **em que medida é possível aluno do ensino médio desenvolver domínio e habilidade na utilização de regras da lógica clássica, quando inserido em atividades que as requerem.**

DESENVOLVIMENTO

O desenvolvimento do raciocínio lógico será abordado a partir dos estudos de Vigotsky e Piaget, ambos acreditavam na possibilidade de estudar as *estruturas e formas* do pensamento através de experimentos.

Vigotsky, segundo Oliveira (1993), teve interesses especiais no estudo dos processos mentais superiores, aqueles em que “o ser humano tem a possibilidade de pensar em objetos ausentes, imaginar eventos nunca vividos, planejar ações a serem realizadas em momentos posteriores” (OLIVEIRA, 1993, p.26). O processo de mediação, “processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação” (ibidem), é base nas concepções de Vigotsky sobre o funcionamento psicológico. Justificando a afirmação que o pensamento que não deve ser visto com o olhar materialista, “entendido como uma combinação de imagens da memória ou um produto da associação” (LURIA, 1979, p.100), nem com o olhar do idealismo extremo e “considerar o pensamento como manifestação de uma atividade ‘simbólica’ específica do espírito.” (LURIA, 1979, p. 101), mas como objeto possível de estudo a partir do desenvolvimento histórico-social da linguagem.

Esses meios objetivamente surgidos na história da linguagem refletem não mais relações espaciais externas ou temporais, porém relações *lógicas* bem mais complexas, entre as quais se situam tanto as relações de causa e efeito, quanto as relações de inserção no todo, de condições, restrições parciais e outras que vêm sendo elaboradas ultimamente por outro campo da ciência – a lógica matemática – e são representadas por um sistema especial de sinais. (LURIA, 1979, p.103).

Atrelando o domínio do sistema de uma língua ao domínio de relações lógicas, Luria defende a participação da vida social como base ao pensamento, não apenas mais uma “manifestação do espírito”, e que apesar do tratamento e da “denominação simbólica específica na lógica matemática”, essas relações “formaram-se no processo de desenvolvimento da cultura e refletem as formas básicas da complexa prática humana, que serviram de base às estruturas lógicas fundamentais” (LURIA, 1979, p.104), ou seja, “seria incorreto pensar que o homem nasce com ‘sentido lógico’ acabado e que as ‘sensações lógicas’ experimentadas pelo homem adulto desenvolvido são ‘propriedades do espírito’, que existem como inatas em toda pessoa” (LURIA, 1979, p.105).

Visto que para Luria a passagem de um pensamento estruturado em práticas para um pensamento teórico não acontece no processo evolutivo do cérebro, mas é um processo externo, devemos então, propiciar ao aluno o contato com estruturas de pensamento diferentes e dar possibilidade dele desenvolver o pensamento lógico com estrutura da lógica clássica.

Assim como Vigotsky, Piaget não aceita como inato o pensamento estruturado a partir da lógica clássica, aceita a influência da linguagem, mas não o suficiente “para garantir a assimilação imediata”, fazendo-se necessário “uma estruturação e até uma série de reestruturações decorrentes de mecanismos lógicos que não se transmitem sem mais nem menos, mas, de fato, apóiam-se necessariamente nas atividades do sujeito”. (PIAGET; INHELDER, 1971, p.15)

Piaget e Inhelder (1976) realizaram estudos sobre passagem da lógica da criança para lógica do adolescente, afirmando que é “uma estruturação operatória

inteiramente nova, fundada sobre a lógica das preposições, e sobre um pensamento 'formal' distinto do pensamento operatório 'concreto' de 7 a 11 anos (pois este não exige mais do que algumas operações da lógica de classes e de relações)". (PIAGET; INHELDER, 1976, prefácio)

Ao tratar da 'evolução' do sujeito quanto à apropriação das estruturas lógicas, os autores utilizam o termo *maturação*, que seria como "alguma transformação das estruturas nervosas", mas não exclusivamente, pois "entre a possibilidade de um comportamento e a sua atualização, é preciso contar ainda com a intervenção ativa do meio físico (exercício e experiência adquirida) e, além dessa aprendizagem, com todas as influências educativas do meio social". (PIAGET; INHELDER, 1971, p.17)

Para diferenciar pensamento concreto e formal:

O pensamento formal é, na realidade, essencialmente hipotético-dedutivo: a dedução não mais se refere diretamente a realidades percebidas, mas a enunciados hipotéticos, isto é, a proposições que se referem as hipóteses ou apresentam dados apenas como simples dados, independentemente de seu caráter real. [...] realiza desde o início a síntese entre o possível e o necessário, deduzindo com rigor as conclusões de premissas, cuja verdade inicialmente é admitida apenas por hipótese, e, assim, vai do possível para o real. (Piaget; Inhelder, 1976, p.189)

O possível no pensamento formal, citado anteriormente, mesmo independente da realidade, não está livre completamente. "O domínio do possível, atingido pelo pensamento formal, na realidade não é de forma alguma o do arbitrário, ou imaginação livre de qualquer regra e de toda objetividade" (PIAGET; INHELDER, 1976, p.192), deixando de ser particular para ser universal.

A metodologia de pesquisa utilizada neste trabalho é conhecida por engenharia didática. Caracterizada por Michèle Artigue, "[...] como um esquema experimental baseado sobre 'realizações didáticas' em sala de aula, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de seqüências de ensino". (MACHADO, 1999, p. 199)

Durante a concepção das atividades tivemos as análises preliminares, um estudo sobre as "concepções dos alunos, das dificuldades e dos erros tenazes" (ARTIGUE; BRUN, 1996, p.202).

Primeiramente encontramos uma "lógica do cotidiano", que se caracteriza, entre outras coisas, pela não observação criteriosa da hipótese e uso de exemplo como justificativa. Machado e Nogueira (2005) afirmam que professores "raramente têm consciência da necessidade do estabelecimento de normas que determinem o que é considerada uma explicação e uma justificativa matemática aceitável" (MACHADO; NOGUEIRA, 2005, p.65), onde se espera encontrar conexões e implicações. Alunos e professores deixaram de utilizar o pensamento tipicamente matemático, originando uma dificuldade de estabelecer a passagem de uma argumentação descritiva, onde "os alunos geralmente fornecem relatos cronológicos de ações efetuadas" (ibidem), para uma argumentação justificativa, com características e estrutura oriundas da lógica clássica. A "compreensão do que embasa o raciocínio matemático [...] é essencial para uma melhora qualitativa da aquisição de conhecimentos matemáticos." (MACHADO; NOGUEIRA, 2005, p.64), e o ensino de regras básicas da lógica matemática se justifica, visto que "o

conhecimento de regras da lógica matemática, [é] fundamental à compreensão do raciocínio matemático.” (ibid, p.72)

Em seguida deparamos com a linguagem, onde Epp (2003) afirma que seus alunos possuem dificuldades em aceitar que “*p somente se q* é logicamente equivalente a *se p então q*” (Epp, 2003, p.889, grifo e tradução nossa) e que na “linguagem do dia-a-dia as declarações *se...então* e *apenas se*, são freqüentemente interpretadas como *se-e-somente-se*” (ibidem, grifo e tradução nossa).

Ainda na concepção encontramos “regras intuitivas”. No artigo *The Impact of the intuitive rule “if A then B, if not A then not B”, in perimeter and area tasks* (STEPHANOU; PITTA-PANTAZI, 2006, v.5, p.177), investiga-se o impacto da regra intuitiva, e não válida, ‘se A então B, se não A então não B’, em estudantes de nível escolar similar ao nosso fundamental II, “Os resultados mostram que um percentual significativo de estudantes responde de acordo com a regra intuitiva ‘se A então B, se não A então não B’, independentemente do sexo, nível escolar, contexto da atividade (perímetro/área) e presença ou não de diagrama”. (ibidem, tradução nossa), ou seja, recursos visuais não auxiliaram os alunos.

Nossas atividades foram inspiradas no programa *Tarski's World*. Criado pelos pesquisadores Barwise e Etchemendy (1996) com a intenção de propor ferramentas “[...] que poderiam facilitar a habilidade dos estudantes em visualizar o assunto abstrato em questão de lógica, e deste modo trabalhar mais eficientemente com estes”. (BARWISE, ETCHEMENDY, 1996, p.2-3, tradução nossa). O programa “[...] permite que os estudantes representem mundos tridimensionais, inserindo objetos geométricos de vários tipos e tamanhos, e testar sentenças de primeira ordem para ver se elas são verdadeiras ou falsas nestes mundos” (BARWISE, ETCHEMENDY, 1996, p.5, tradução nossa).

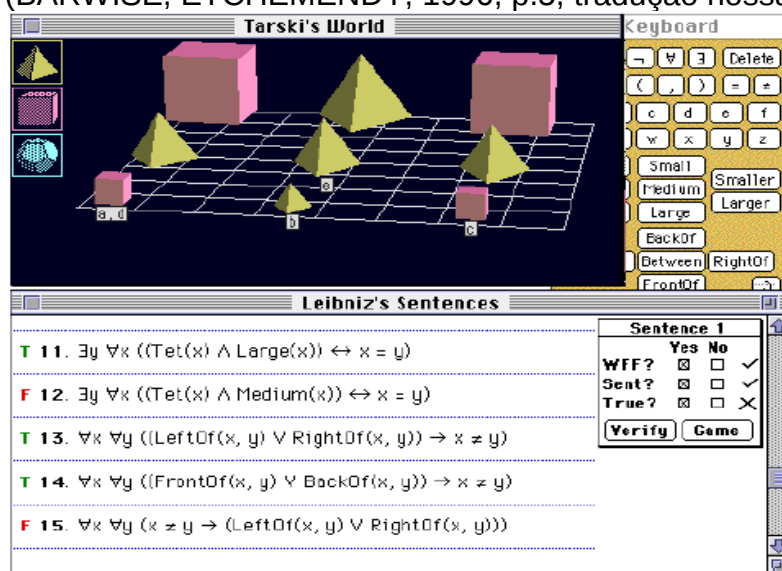


Figura 1 – Mundo criado a partir do programa *Tarski's World*¹

Com proposta similar existe um applet², disponível na internet³, que oferece possibilidades de criação de diferentes exercícios que requerem argumentação lógica dedutiva para solução.

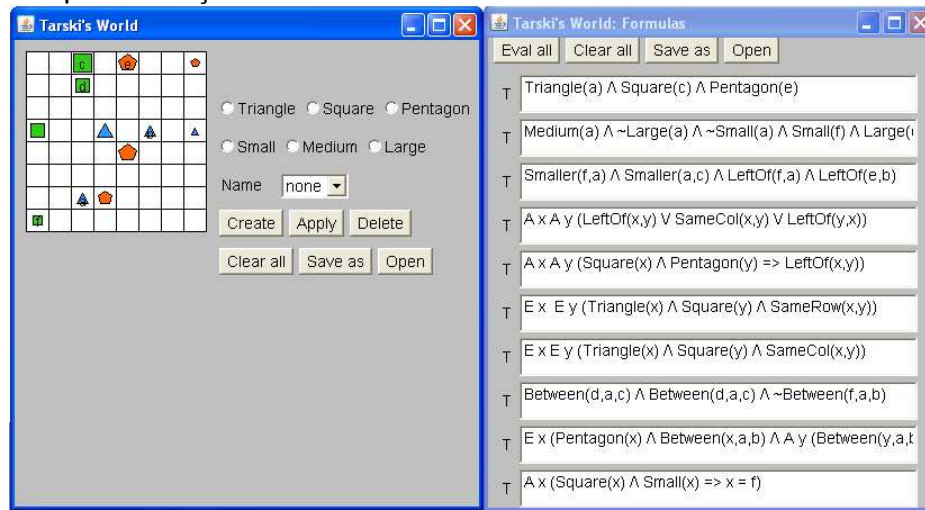


Figura 2 – Applet Tarski's World

APLICAÇÃO

Cada encontro-atividade teve duração de 90 minutos. Os temas da lógica clássica e atividades foram distribuídos nos encontros da seguinte forma:

Apresentações do aplicador, proposta do trabalho e material.	
Atividade I – Reconhecimento	I.1 – análise de sentenças
	I.2 – construção do mundo
	I.3 – desafio dos mundos
Atividade II - Negação e Conjunção	II.1 – análise de sentenças
	II.2 – construção do mundo
	II.3 – desafio dos mundos
Atividade III – Disjunção	III.1 – análise de sentenças
	III.2 – construção do mundo
	III.3 – desafio dos mundos
Atividade VI – Revisão	IV.1 – análise de sentenças
	IV.2 – construção do mundo
Sentenças em linguagem natural e matemática	
Atividade V - Implicações e Bicondicional	V.1 – análise de sentenças
	V.2 – construção do mundo
	V.3 – desafio dos mundos

¹ BARWISE, ETCHEMENDY (1996, p.6)

² Trecho de programação em linguagem [Java](#) inserido em documentos [HTML](#)

³ <http://www.cs.plattsburgh.edu/~salvador/Tarski/> - acesso em 20 – maio – 2008.

Atividade VI – Quantificadores	VI.1 – análise de sentenças
	VI.2 – análise de sentenças
	VI.3 – construção do mundo
	VI.4 – desafio dos mundos
Atividade VII – Finalizando	VII.1 – análise de sentenças
	VII.2 – determinar as figuras
	VII.3 – descrever estratégia
	VII.4 – utilizando o applet

Cada sentença presente em cada exercício tinha objetivos específicos, na impossibilidade de especificá-las aqui, ficamos com uma explicação mais geral.

O exercício de *análise de sentenças*, “Escreva V ou F de acordo com o mundo de Wittgenstein”⁴, apresenta uma figura com objetos, triângulos, quadrados e pentágonos, representando um mundo denominado Wittgenstein, e ao lado deste há algumas sentenças que contém os atributos e estruturas que são trabalhados pelos alunos no encontro. O aluno precisa examinar características do operador lógico que formam a sentença e verificar “no mundo” proposto seu valor de verdade.

O exercício de *construção do mundo*, “Construa um mundo para que as sentenças abaixo sejam simultaneamente verdadeiras”, tem por objetivos reforçar a leitura interpretativa, a familiarização da estrutura das sentenças e avançar no sentido de controle e análise do conjunto das sentenças, realizando encadeamento lógico delas. Pois uma análise individual das sentenças, como é feita no exercício *análise de sentenças*, não é suficiente para sua realização de forma satisfatória. Possibilitando, na medida do possível, deixar o aluno optar por adotar uma proposição como verdadeira ou falsa, mas mantendo a sentença verdadeira, o que contribuirá para início de pensamento hipotético dedutivo. Segue abaixo uma proposta do exercício.

⁴ O nome do mundo foi dado pelo autor do applet, no caso Wittgenstein (1889-1951) filósofo austríaco, é um dos fundadores da filosofia analítica e autor de obra que se insere na tradição da análise lógica da linguagem iniciada por Frege e Russell.(JAPIASSÚ; MARCONDES, p.282, 2006)

1	$\sim(\sim\text{Triangle}(a) \wedge \text{Pentagon}(a))$	
2	$\text{Triangle}(d) \wedge \text{Triangle}(a)$	
3	$\text{Pentagon}(f) \wedge \text{SameCol}(f,d)$	
4	$\sim(\text{Larger}(d) \wedge \text{Larger}(e))$	
5	$\text{Between}(d,e,f) \wedge \sim\text{Smaller}(a,f)$	
6	$\text{SameSize}(a,a) \wedge \text{LeftOf}(d,e)$	
7	$\sim(\text{SameCol}(d,f) \wedge \sim(\text{Triangle}(d)) \wedge \sim(\text{Pentagon}(d)))$	

Figura 3 – Atividade II.2 – Construção do mundo

As duas primeiras sentenças foram dispostas para promover o debate sobre a forma do elemento *a*, pois na primeira sentença fica estabelecida a impossibilidade de ser pentágono, porém não impossibilita de *a* ser quadrado. Na segunda sentença se estabelece *a* como triângulo.

O exercício *desafio dos mundos*, “Desafie seu oponente escrevendo cinco sentenças para que ele construa seu mundo”, acrescenta cobrança da sintaxe correta na elaboração das sentenças e possibilidade do uso da liberdade no possível lógico.

Optamos pelo uso da estrutura oferecida pelo *applet* em uma versão ‘concreta’, usando de peças de E.V.A.⁵ e tabuleiro.

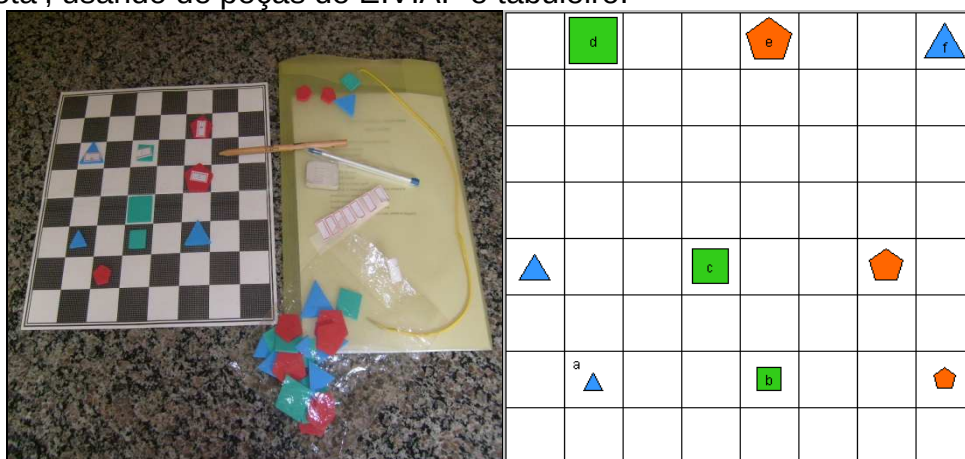


Figura 4 – Material dos alunos e quadro utilizado em folha de atividades

As atividades, numa visão geral, propunham aos alunos a oportunidade de experimentar e avaliar sua compreensão a respeito das regras da lógica clássica,

⁵ EVA - Etil Vinil Acetato - material sintético similar a borracha.

sendo que “a verdadeira compreensão é demonstrada quando o aluno consegue pensar e agir flexivelmente com aquilo que aprendeu” (PERKINS, apud NUNES, 2007, p.222).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante as atividades tivemos registros escritos, atividades dos alunos e observadores, gravações de áudio e vídeo. Ao analisar esse material acreditamos que propiciamos situações em que os alunos do ensino médio desenvolveram certos domínios e habilidades quanto ao uso de regras da lógica clássica. E da forma como foram conduzidas, favoreceram a criação de um ambiente estimulante e compartilhando conjecturas originadas a partir das experiências vivenciadas na realização das atividades, como previsto a partir das leituras de Vigotsky. Com experiências, nos referimos a todas as percepções oriundas das realizações físicas, cognitivas e emocionais experimentadas pelos alunos ao interagirem com o material utilizado, com a lógica clássica e ambiente dos encontros.

O tabuleiro foi mais utilizado nos primeiros encontros, o que nos faz afirmar que o material utilizado favoreceu a transição entre o possível concreto e o possível lógico, utilizando termos piagetianos. Na atividade III.3, quanto ao uso do tabuleiro, temos os seguintes registros dos observadores:

Dupla	Tempo	Uso do tabuleiro
Vermelho	10 min.	Sim
	Observações	
	- “Comentário dos alunos: Esta aula é bem mais fácil que o trabalho da aula passada”. - “Na construção das sentenças optaram em usar o tabuleiro com as figuras de borracha. À medida que foram construindo as sentenças alteravam as posições das figuras no tabuleiro”. - “Os parênteses foram mais difíceis de trabalhar do que o símbolo $\sim$, na opinião dos dois alunos”.	
Rosa	22 min.	Sim
	Observações	
	- “Na parte 3, começaram o desafio pelo tabuleiro. O pesquisador pede para que se utilize somente o OU e a negação no desafio. Houve muita discussão entre os componentes do grupo para a elaboração do desafio”.	

Registramos também o confronto da suposta liberdade e a restrição imposta pela estrutura lógica, reforçando o encadeamento de raciocínio com estrutura lógica, domínio do possível lógico diria Piaget, nova mediação, diria Vigotsky.

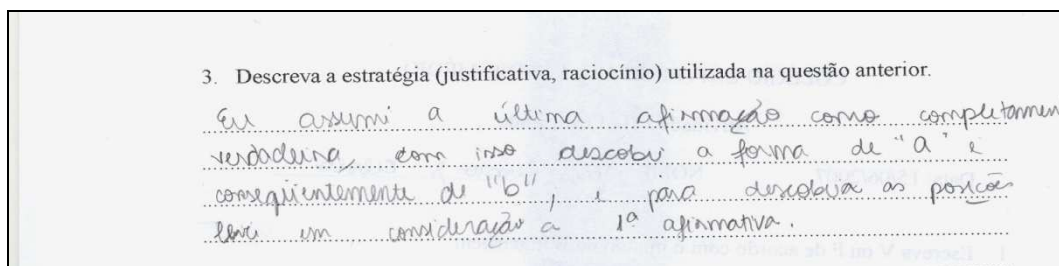


Figura 5 - Atividade VII. 3 – Descrever estratégia: Experimentação

As atividades que pediam a negação de sentenças, visando confrontos entre uma “lógica cotidiana” com a lógica clássica e linguagem materna e linguagem formal, tiveram efeitos. No espaço destinado aos comentários dos alunos, destacamos este: “Continuaremos ‘usando-as’ nas negações do dia-a-dia. Com certeza, todos pensam duas vezes antes de fazê-las”. A figura abaixo traz a proposta de um aluno.

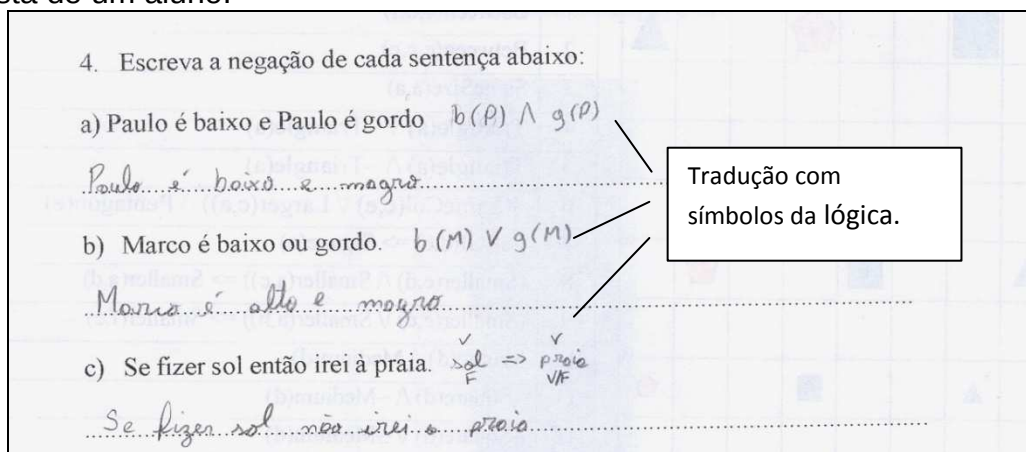


Figura 6 - Atividade VII. 4 – Descrever estratégia: Experimentação

Destacamos que o aluno faz uso correto das regras lógicas, porém nas sentenças *a* e *b* faz uso de antônimos, e a presença de uma tradução da linguagem materna para linguagem lógica, utilizada para auxiliar na realização da atividade, visto que “o jeito informal de expressar negação de declarações contendo *e* ou *ou* pode também induzir alunos a erros quando eles vão trabalhar com situações em matemática formal”(Epp, 2003, p.890, tradução nossa).

Tratando mais especificamente do juízo mediado pela “lógica cotidiana” *versus* pela lógica clássica optamos pela implicação, pois é normalmente vista como seqüência de fatos, causa e efeito. Então, aceitar como verdadeira uma sentença com antecedente falso e conseqüente verdadeiro, como **Smaller(a,a) $\Rightarrow$ Square(a)**, não é trivial. A atividade propiciou a seguinte anotação do observador:

Dupla	Tempo	Uso do tabuleiro
Amarelo II	21 min.	Não
	Observações	

	- “Conversaram com o professor Rai porque estavam encontrando dificuldade na interpretação dos símbolos. (conectivos)”. - “Começaram por dar o valor-verdade para cada parte das sentenças e a partir desta classificação recordaram a “regra” do condicional. Leram todas as sentenças de 1) a 7). A seguir, recomeçaram pela sentença 1). Voltaram a discutir todas as sentenças sem concluir.” - “O professor Raí aproximou-se da dupla para verificar as dificuldades. A análise das sentenças continuou até 12:32h” - “12:33h começaram a desenhar as figuras na folha. Os alunos encontraram mais dificuldade no exercício da 5ª aula, com relação aos dias anteriores.”
--	--

As sentenças que são falsas ou verdadeiras em qualquer mundo, **Smaller(a,b) $\wedge$ Large(a)** e **Triangle(a) $\vee$ $\neg$ Triangle(a)**, por exemplo, propostas nas análises de sentenças, criaram certa mobilização entre os alunos apenas nos primeiros encontros, e nos desafios a frase “essa sentença não ajuda em nada” era comum, indicando familiarização com a lógica estudada, além de indicar uma universalização do juízo, pois a falsidade ou verdade da sentença independe do mundo que é proposto, no momento e espaço.

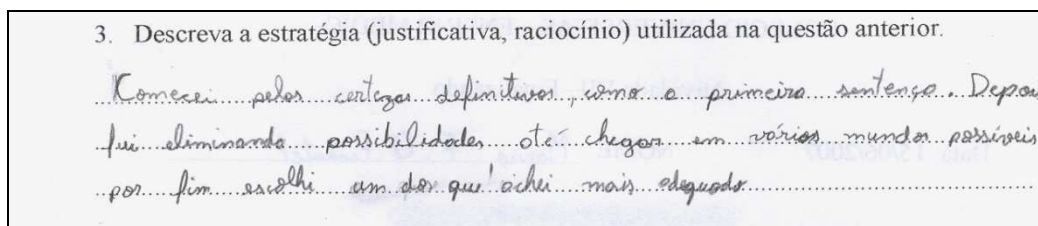


Figura 7 - Atividade VII. 3 – Experimentação

Atenção no trecho “em vários mundos possíveis”, que sugere ação de “sujeitos do nível III A”, que “se organizam segundo um conjunto de combinações possíveis” (PIAGET; INHELDER, 1976, p.42), contribuindo para um olhar positivo em relação a proposta inicial deste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARTIGUE, Michèle; BRUN, Jean (Org.). **Engenharia Didáctica**: Didáctica das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. 193-217 p. (Horizontes Pedagógicos).
- BARWISE, Jon; ETCEMENDY, John. **Computers, Visualization, and the Nature of Reasoning**. pub. em 1996. Disponível em: <<http://ggwww2.stanford.edu/GUS/openproof/CVandNR.pdf>>. Acesso em: 01 jun. 2008.
- BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Ministério da Educação (MEC). **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**: Ciência da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Governo Federal, 2006. 2 v.

BRUN, Jean (Org.). **FUNDAMENTOS E MÉTODOS DA DIDÁCTICA DA MATEMÁTICA: DIDÁCTICA DAS MATEMÁTICAS**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. 11-34 p. (Horizontes Pedagógicos).

EPP, Susanna S. The Role of logic in Teaching Proof. **The American Mathematical Monthly: MAA**, United States of America, p. 886-899. 01 dez. 2003.

JAPIASSÚ, Hilton; MARCONDES, Danilo. Dicionário Básico de Filosofia. 3 ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 2006.

LURIA, Alexander Romanovich. **CURSO DE PSICOLOGIA GERAL: Linguagem e Pensamento**. 8. ed. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira S. A., 1979. 4 v.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - UMA (NOVA) INTRODUÇÃO**. São Paulo: Educ - Puc, 1999. 197-208 p.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara; NOGUEIRA, Maria Tereza De Lima Carvalho. A LÓGICA ELEMENTAR DA MATEMÁTICA E O ENSINO SUPERIOR. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 7, n. 1, p.63-80, 2005. Anual.

MORIN, Edgar; Os sete Saberes necessários à Educação do Futuro. 5ª São Paulo: Cortez Editora, 2002.

MORIN, Edgar. O MÉTODO. 3ª Portugal: Publicações Europa-América, 1977.

NUNES, Cesar Augusto Amaral (Org.). O Bom Uso de Objetos de Aprendizagem. In: MORAES, Ubirajara Carnevale de. Tecnologia Educacional e Aprendizagem: O Uso dos Recursos Digitais. São Paulo: Livro Pronto, 2007. p. 215-231.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. **VYGOTSKY: APRENDIZADO E DESENVOLVIMENTO UM PROCESSO SÓCIO-HISTÓRICO**. São Paulo: Scipione, 1993. (PENSAMENTO E AÇÃO NO MAGISTÉRIO).

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática: Uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. (Tendências em educação matemática).

PIAGET, Jean; INHELDER, Bärbel. **Da lógica da criança à lógica do adolescente**. São Paulo: Livraria Pioneira, 1976.

PIAGET, Jean; INHELDER, Bärbel. **Gênese das Estruturas Lógicas Elementares**. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1971.

STEPHANOU, Lambros; PITTA-PANTAZI, Demetra. The impact of the intuitive rule "If A then B, if not A then not B", in perimeter and area tasks. In: PROCEEDINGS 30TH CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 30., 2006, Prague. **Research reports**. Prague: Novotná J., Moraová H., Krátká M & Stehlíková N, 2006. v. 5, p. 177 - 184. CD-ROM.